



LICENCE SCIENCE DE LA MATIÈRE
École Normale Supérieure de Lyon
Université Claude Bernard Lyon I

Stage 2019–2020
TAIN Rémi
L3 Physique

Rebond et contact : l'exemple du tennis de table

Résumé : *Un résumé de 10 lignes environ du contenu du rapport, permettant de situer le sujet et les résultats principaux du stage*

Le rapport qui suit résume un stage de recherche proposant une étude du rebond de balle de tennis de table sur des matériaux visco-élastiques. Un modèle numérique du rebond a été calculé à l'aide du logiciel Mathematica. L'étude d'un des ingrédients du modèle a été effectuée en étudiant la partie élastique de la relation force-déplacement de la balle dans le revêtement d'une raquette de tennis de table pour des charges allant de 0 N à 35 N. Nous estimons qu'il s'agit de la gamme de force obtenue en jeu.

Mots clefs : *Tennis de table, rebond, contact de Hertz, élasticité*

Stage encadré par :

Jean-Christophe Geminard

Vincent Dolique

jean-christophe.geminard@ens-lyon.fr / tél. (+33) 4 72 72 88 65

vincent.dolique@ens-lyon.fr / tél. (+33) 4 26 23 39 57

Laboratoire de Physique ENS de Lyon (UMR 5672)

46 allée d'Italie

69007, Lyon

<http://www.ens-lyon.fr/PHYSIQUE>



Remerciements

Je tiens à remercier tout particulièrement Jean-Christophe Geminard et Vincent Dolique pour leur encadrement durant ces 2 mois très particuliers.

Table des matières

1	Introduction	1
1.1	Présentation générale	1
1.2	État de l'art	1
1.2.1	Modèle de Hertz	1
1.2.2	Composante dissipative	2
1.2.3	Influence de l'épaisseur du revêtement de la raquette	2
1.2.4	Lancer de balle	2
1.3	Modèle alternatif	3
2	Simulation du contact pour obtenir une expression générale du coefficient de restitution	5
2.1	Résolution sans amortissement	5
2.2	Résolution avec amortissement linéaire	6
2.2.1	Elasticité linéaire : résolution analytique	7
2.2.2	Cas non-linéaire : résolution numérique	7
2.3	Amortissement fonction de l'enfoncement	8
2.4	Synthèse de la simulation	10
3	Etude expérimentale	11
3.1	Dispositif expérimental	11
3.2	Etalonnage	12
3.3	Méthodologie	13
3.4	Résultats	14
3.5	Discussion	15
4	Conclusion	16

1 Introduction

1.1 Présentation générale

Si les grandes compétitions sportives sont des terrains de démonstrations des talents des athlètes, les recherches en physique et en chimie y jouent un rôle de plus en plus grand. En effet, la plupart des sports nécessitent des équipements qui ont été et qui sont encore optimisés par ces domaines de la recherche. Pour préparer les Jeux Olympiques et Handisports de 2024, plusieurs équipes de recherche en physique se sont mise à travailler avec les fédérations sportives afin d'aider les sportifs français. Cette initiative, nommée Sciences 2024, a été lancée par des chercheurs de l'École Polytechnique. Elle s'est rapidement propagée dans de nombreux autres laboratoires, dont celui de l'ENS de Lyon. Ce programme scientifique travaille en étroite collaboration avec les sportifs et sportives français par l'intermédiaire de leur Fédération. Mes encadrants ayant commencé à travailler avec la Fédération Française de Tennis de Table (FFTT) et la Fédération Française Handisport (FFH), ce stage s'est concentré sur des questions liées à ce sport. A la suite des travaux déjà effectués dans ce domaine, nous nous sommes intéressés à la physique du rebond de la balle de tennis de table contre sa raquette. Deux angles d'approche ont été abordés lors de ce stage et dans les travaux précédents pour étudier les phénomènes du rebond. Le premier est l'étude des coefficients de restitution de la balle de tennis de table lors d'un contact contre une raquette [3, 4, 7]. Le second est l'étude de la force que subit la balle lorsqu'elle est enfoncée dans la raquette [5]. Lors de ce stage, ces deux aspects ont été explorés. Pendant la période de télétravail, un modèle donnant la vitesse de renvoi d'une balle en fonction des propriétés de la surface impactée a été développé. Lorsque les laboratoires sont redevenus accessibles, nous avons mené une étude expérimentale sur la force appliquée à la balle par la raquette en fonction de l'enfoncement dans celle-ci.

Ce rapport présentera d'abord les travaux sur lesquels ce stage s'est appuyé puis développera les deux parties de l'étude.

1.2 État de l'art

1.2.1 Modèle de Hertz

La physique du contact et du rebond de boules élastiques a commencé à être étudiée par Heinrich Hertz à la fin du XIX^e siècle [9]. Hertz a en effet proposé un modèle donnant les relations entre enfoncement dans les boules, surface de contact et pression entre ces boules. Ce modèle décrit donc la situation représentée dans la figure 1.

Deux boules de rayon R_i quelconque, de module d'Young E_i et de coefficient de Poisson ν_i sont mise en contact par une force $\vec{N} = N\vec{e}_x$. Cette force doit être normale, ce qui implique que le point de contact entre les deux boules est immobile. Enfin, les solides doivent être massifs, donc les déformations sont négligeables en dehors de la zone de contact. La surface de contact est caractérisée par son rayon a . L'enfoncement des 2 boules est noté δ .

Le modèle de Hertz donne alors les relations suivantes :

$$\begin{cases} a = \left(\frac{3}{4} \left(\frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \right) \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} N \right)^{\frac{1}{3}} \\ \delta = a^2 \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2} \end{cases} \quad (1)$$

Dans notre situation, on considère que la boule 2 est de rayon infini : ce sera le plan modélisant la raquette de tennis de table. De plus, on considère que le module d'Young de la

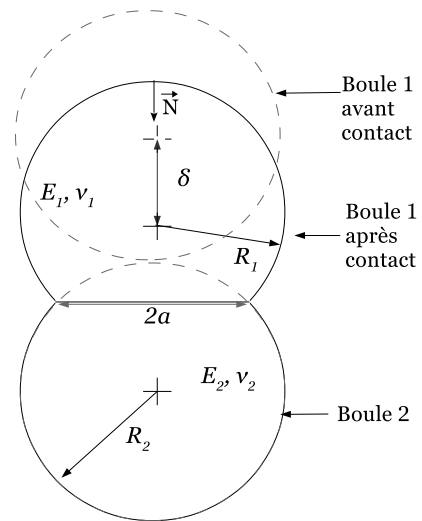


FIGURE 1 – Schéma de la situation décrite par le modèle de Hertz

balle est suffisamment grand par rapport à celui du revêtement de la raquette pour que les propriétés mécaniques de la balle aient un rôle négligeable par rapport à celles du revêtement. Afin de simplifier l'écriture, on pose $\rho = \frac{4E_2\sqrt{R_1}}{3(1-\nu_1^2)}$. Dans notre situation, la théorie du contact de Hertz donne donc :

$$\begin{cases} \delta = \frac{a^2}{R_1} \\ N = \rho\delta^{\frac{3}{2}} \end{cases} \quad (2)$$

La relation entre l'enfoncement et la force n'est pas linéaire. Cette non-linéarité ne vient pas de la physique des matériaux en elle-même : le modèle de Hertz se place dans la théorie générale de l'élasticité. La non-linéarité vient plutôt de la géométrie de la situation : plus l'enfoncement est grand, plus la surface de contact l'est, et donc plus la raideur ressentie par la balle est grande.

1.2.2 Composante dissipative

Cependant, cette description ne considère que la partie élastique des matériaux. Or leur réponse mécanique peut présenter une partie dissipative qui a une importance dans la physique du rebond. Apparaît donc une composante visqueuse d'amortissement. Une expression de cette composante a été proposée par Nikolai V. Brilliantov [1] et utilisée plusieurs fois dans d'autres études portant sur des contacts sphère-plan visco-élastiques [10]. La force proposée est :

$$\vec{F} = -\frac{3}{4}\rho A\sqrt{\delta}\dot{\delta}\vec{e}_x, \quad (3)$$

avec A une fonction des propriétés visco-élastiques du matériau. Encore une fois, la relation n'est pas linéaire en l'enfoncement, à cause de la géométrie.

1.2.3 Influence de l'épaisseur du revêtement de la raquette

Le modèle de Hertz peut être complété et amélioré de multiples autres façons, mais une correction pourrait être pertinente dans le cas du tennis de table. Cette correction a été présentée par J-L Loubet lors de sa thèse [6]. Il s'agit de prendre en compte le fait que le revêtement est d'une épaisseur faible par rapport à la balle et au contact avec celle-ci. Selon ses travaux, lorsque la dimension a du contact est inférieure à l'épaisseur de la couche de revêtement, le contact est caractérisable par un modèle de Hertz en prenant en compte seulement les propriétés mécaniques du revêtement et de la balle. Lorsque le contact est bien plus grand que l'épaisseur du revêtement (à partir de 500 fois celle-ci), le contact est caractérisable par un modèle de Hertz ne prenant en compte que les propriétés du massif sous le revêtement (ici le bois de la raquette) et celles de la balle. Entre ces deux ordres de grandeur, la relation force-enfoncement suit un comportement intermédiaire. Le module d'Young du revêtement est largement inférieur à ceux de la balle et du bois. Donc si cette correction a une influence sur le comportement du contact de la balle et de la raquette, l'exposant dans la loi en puissance de la relation force-enfoncement devrait croître avec l'enfoncement. Cette hypothèse est à vérifier pendant ce stage.

1.2.4 Lancer de balle

A partir de ces relations force/enfoncement, plusieurs travaux ont eu pour objectif d'étudier le comportement d'une balle projetée contre une surface. Certains se sont intéressés au cas où la surface était rigide et la balle, visco-élastique [2]. D'autres se sont concentrés sur la situation inverse, qui décrit mieux la situation dans laquelle une balle de tennis de table est projetée contre une raquette [7, 3, 4]. Ces travaux portaient sur l'obtention du coefficient de restitution en vitesse en fonction de la vitesse initiale de la balle.

Le coefficient de restitution en vitesse est $\epsilon \equiv \frac{-v_f}{v_0}$, ie le rapport entre la vitesse de renvoi de la balle en fonction de la vitesse initial d'impact. En se basant sur le modèle de Hertz et sur une force d'amortissement suivant la relation 3, Thomas Schwager [10] a mis en évidence une expression reliant

ϵ et v_0 . Pour cela, il a appliqué le théorème fondamental de la dynamique à la balle lorsqu'elle est en contact avec la raquette. Il a proposé de poser une distance et un temps adimensionnés x et θ :

$$\begin{cases} x(\theta) = \rho^2 \delta(t) \\ \theta = \rho^{\frac{2}{5}} v_0^{\frac{1}{5}} t. \end{cases} \quad (4)$$

L'équation du mouvement de la balle dans la raquette s'écrit alors :

$$\ddot{x} + \frac{3}{4\rho^{\frac{2}{5}} v_0^{\frac{1}{5}}} A \sqrt{x} \dot{x} + \rho^{\frac{-4}{5}} v_0^{\frac{-2}{5}} x^{\frac{3}{2}} = 0. \quad (5)$$

Afin d'obtenir une expression de ϵ en fonction de v_0 , il a effectué un développement de x et θ . Le résultat au premier ordre qu'il obtient est :

$$\epsilon = 1 - C_1 A \rho^{\frac{2}{5}} v_0^{\frac{1}{5}}. \quad (6)$$

Dans cette relation, le coefficient C_1 est sans dimension qui apparaît dans le calcul.

Il est intéressant de noter que ϵ est décroissant en fonction de la vitesse initiale, ce qui correspond à l'intuition : si la balle est plus rapide, elle s'enfonce plus dans le revêtement de la raquette, et donc ressent plus l'amortissement.

Raphael Guiné [4] a souhaité vérifier cette relation expérimentalement pour une balle de tennis de table percutant une raquette. La balle était envoyée sans rotation avec des vitesses allant de $3 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ à $40 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. Il a mesuré la vitesse après rebond pour chaque lancer. Il a ainsi caractérisé l'évolution de ϵ pour 4 surfaces de raquette différentes. Les résultats qu'il a obtenu sont mitigés : la loi en exposant $-\frac{1}{5}$ n'est vérifiée que pour 2 surfaces parmi les 4. Les autres suivent plus des lois en -0.27 ou en -0.30 sur les plages de vitesse considérées. Il est alors pertinent de se demander d'où peuvent venir ces différences. Une possibilité est de développer un modèle alternatif pour décrire la réponse mécanique de la raquette.

1.3 Modèle alternatif

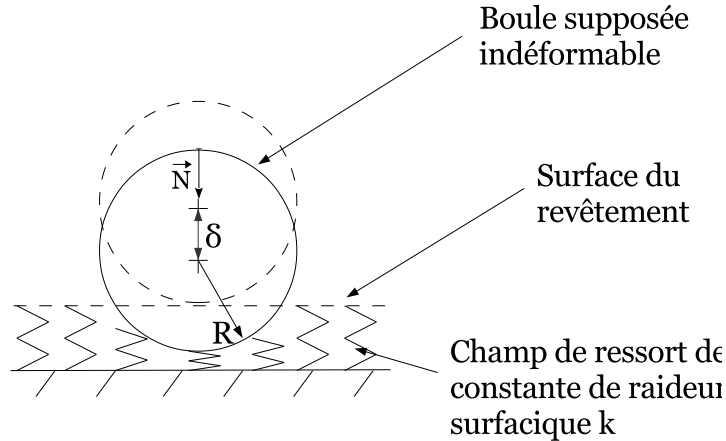


FIGURE 2 – Schéma de la situation décrite par le modèle du champ de ressorts

En utilisant un autre modèle du contact balle-raquette, on obtient une autre expression de la force entre la balle et la raquette. Pour cela, considérons la raquette comme étant un champ de ressorts linéaires indépendants les uns des autres. Une balle de rayon R est enfoncée dans les ressorts d'une distance δ , comme décrit dans la figure 1.3. Comme dans le modèle de Hertz, plus la balle s'enfonce, plus

elle le nombre de ressorts enfoncés augmente, donc plus la force nécessaire pour continuer d'enfoncer la balle devient grande. La relation force-enfoncement ne sera donc pas linéaire. Mais à la différence du modèle de Hertz, cette relation est :

$$N = -\pi k R \delta^2, \quad (7)$$

avec k étant la raideur par unité de surface du champ de ressorts. L'exposant sur l'enfoncement n'est plus $\frac{3}{2}$, mais 2. Cette différence vient du fait que dans le modèle du champ de ressorts, ces derniers sont indépendants les uns des autres et ne forment donc pas un milieu continu.

Ce modèle peut être légitime pour décrire une raquette de tennis de table car le revêtement est formé de picots indépendants les uns des autres, que l'on modélise par des ressorts linéaires.

Ce modèle peut être complété en ajoutant une composante visqueuse. Si la force surfacique d'amortissement est $\eta \dot{\delta}$, alors en intégrant sur toute la surface de contact, la force totale est :

$$F = -2\pi\eta R \delta \dot{\delta}. \quad (8)$$

Trancher entre ces 2 modèles est un objectif de ce stage. Les expressions des forces entre la raquette et la balle étant différentes, l'expression du coefficient de restitution en vitesse ϵ va sûrement être différente. Afin d'obtenir cette expression, des simulations informatiques du contact entre la balle et la raquette ont été menées grâce au logiciel Mathematica.

2 Simulation du contact pour obtenir une expression générale du coefficient de restitution

Nous souhaitons trouver le coefficient de restitution en vitesse ϵ d'une balle de tennis de table arrivant contre une raquette. Pour cela, on simule la trajectoire de la balle lors du contact avec la raquette pour obtenir la vitesse à la fin du contact, lorsque $t \equiv \Delta t$. Nous modélisons d'abord la situation ainsi : une masse ponctuelle m arrive à la vitesse initiale v_0 sur la raquette qui est considérée comme l'espace pour lequel l'enfoncement est positif. Dans cet espace, la balle ressent une force élastique semblable à celle d'un ressort non-linéaire d'ordre α de constante de raideur effective k . Nous considérons que la balle n'a pas de rotation et se déplace selon une direction seulement, la direction donnée par $\vec{e}_x$. La force que la raquette exerce sur la balle est donc $-k\delta^\alpha \vec{e}_x$. Nous avons considéré que la balle est en contact avec la raquette lorsque l'enfoncement est positif. La fin du contact est donc le moment lorsque l'enfoncement de la balle redevient nul.

En appliquant le principe fondamental de la dynamique à la balle pendant le contact, nous trouvons une équation du mouvement selon $\vec{e}_x$:

$$m\ddot{\delta} = -k\delta^\alpha. \quad (9)$$

Pour l'adimensionner, nous introduisons une longueur caractéristique l qui correspond à la profondeur maximale atteinte par la balle dans le cas linéaire (ie $\alpha = 1$). Alors $l = \left(\frac{(1+\alpha)mv_0^2}{2k}\right)^{\frac{1}{1+\alpha}}$. Nous pouvons alors aussi introduire un temps caractéristique t_0 qui correspond à la durée du contact dans le cas linéaire. Alors $t_0 = \frac{l\pi}{v_0}$. Il est à noter que ces grandeurs sont différentes de celles proposées dans la bibliographie.

2.1 Résolution sans amortissement

Nous adimensionnons (9) grâce aux grandeurs caractéristiques en introduisant une distance et un temps adimensionnés : $\delta = lu$ et $t = t_0T$. L'équation du mouvement est donc :

$$u''(T) = -\frac{(1+\alpha)\pi^2}{2}u^\alpha \quad (10)$$

Cette équation est non-linéaire, et ne peut pas être résolu analytiquement de manière exacte sauf dans des cas particuliers. Néanmoins, en multipliant l'équation (10) par u' , nous arrivons à l'expression de l'intégrale première du mouvement. Elle exprime les variations de l'énergie cinétique de la balle en fonction de u . Nous pouvons donc obtenir la profondeur de pénétration maximale de la balle (lorsque que l'énergie cinétique est nulle), puis du temps pour atteindre cette pénétration. L'énergie étant conservée, la trajectoire est symétrique par rapport au moment d'enfoncement maximal, donc le temps de contact est égal au double de la durée précédente. Nous pouvons donc obtenir une expression de la durée adimensionnée du contact :

$$\Delta T = \frac{2}{\pi} \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{1-u^{\alpha+1}}} du. \quad (11)$$

Si nous arrivons à une expression analytique de la durée adimensionnée de contact, cette intégrale n'est pas résoluble dans le cas général. Il faut alors l'estimer numériquement. Néanmoins, une remarque intéressante peut-être faite. ΔT ne dépend que de α , paramètre du ressort. Ainsi, toute la dépendance de Δt (la grandeur réelle) en v_0 se trouve dans les grandeurs caractéristiques. Donc il existe une fonction f de α telle que la durée du contact en grandeurs réelles soit :

$$\Delta t(\alpha, v_0) = f(\alpha)v_0^{\frac{2}{1+\alpha}-1}. \quad (12)$$

Cette méthode qui a donné la dépendance de Δt en v_0 est très efficace, et va être réutilisée pour trouver la dépendance du coefficient de restitution par rapport à v_0 .

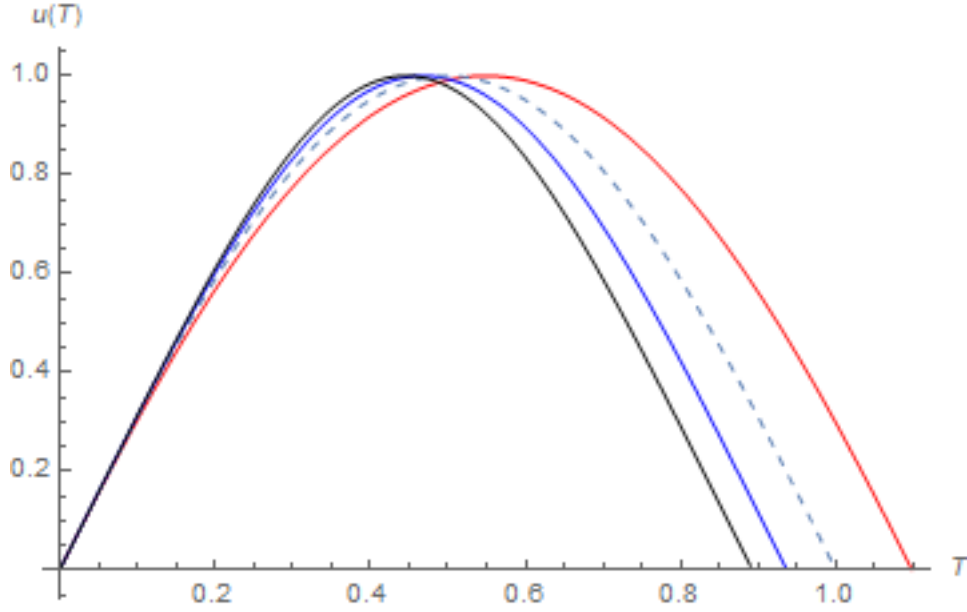


FIGURE 3 – Trajectoire de la balle dans la raquette modélisée comme un ressort non-linéaire. La trajectoire est bien symétrique en temps autour du moment d'enfoncement maximal. La trajectoire rouge correspond à $\alpha = \frac{1}{2}$, celle en pointillés, à $\alpha = 1$, celle en bleu, à $\alpha = \frac{3}{2}$ et celle en noir, à $\alpha = 2$.

Dans le cas linéaire, lorsque $\alpha = 1$, la résolution du problème précédent est aisée et permet de vérifier la cohérence des simulations. Dans ce cas, l'équation adimensionnée (10) est $u'' = -\pi^2 u$, ce qui donne un temps de contact $\Delta T = 1$. Nous retrouvons bien ce résultat sur la figure 3.

Cette première simulation donne des résultats intéressants. Cependant, le choc entre la balle et la raquette de tennis de table est inélastique : il y a perte d'énergie, ce que ce modèle ne prend pas en compte. Il faut donc l'améliorer.

2.2 Résolution avec amortissement linéaire

Afin de prendre en compte la dissipation d'énergie lors du contact avec le revêtement, nous introduisons un amortissement linéaire de la forme $-\eta\dot{\delta}$. L'équation régissant le mouvement de la balle dans la raquette est donc :

$$m\ddot{\delta} = -\eta\dot{\delta} - k\delta^\alpha$$

Pour adimensionner cette nouvelle équation, nous avons choisi d'utiliser $\beta = \frac{l\eta}{2mv_0}$.

$$\begin{cases} u''(T) = -2\beta\pi u'(T) - \frac{(1+\alpha)\pi^2}{2}u^\alpha \\ u(0) = 0 \\ u'(0) = \pi \end{cases} \quad (13)$$

Dans le cas linéaire, deux régimes existent : les régimes pseudo-périodique et apériodique. Ici, si $\alpha = 1$, la valeur critique de β séparant les 2 régimes est 1. Etant donné que la balle est renvoyée, nous ne nous intéressons qu'au régime pseudo-périodique, avec un faible amortissement. Nous cherchons à l'évolution du temps de contact en fonction du coefficient d'amortissement, β , pour différentes valeurs de α . Cela permettra d'avoir accès au coefficient de restitution.

2.2.1 Elasticité linéaire : résolution analytique

Dans le cas linéaire, il est possible de trouver analytiquement la durée de contact, et le coefficient de restitution ϵ . En partant de l'équation (13) dans le cas $\alpha = 1$, nous trouvons que l'enfoncement est :

$$u(T) = \frac{\pi}{\omega} \sin(\omega T) \exp(-\pi\beta T) \quad (14)$$

avec $\omega = \pi\sqrt{1 - \beta^2}$.

Ainsi,

$$\Delta T = \frac{\pi}{\omega} = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}. \quad (15)$$

Finalement,

$$\epsilon = \left| \frac{u'(\Delta T)}{u'(0)} \right| = \exp\left(-\frac{\pi\beta}{\sqrt{1 - \beta^2}}\right) \approx 1 - \pi\beta. \quad (16)$$

Dans ce cas, le coefficient de restitution est indépendant de la vitesse initiale, comme souligné dans [8]. Cela renforce la certitude sur le fait que la composante élastique de la force entre la raquette et la balle ne peut pas être linéaire en l'enfoncement dans la pratique.

Néanmoins, nous pouvons utiliser cette expression approchée pour obtenir un ordre de grandeur de β . En effet, les précédents stages au laboratoire de l'ENS de Lyon [3, 4] indiquent que $\epsilon \approx 0.9$. Cela donne $\beta \approx 10^{-2}$. Cette valeur très faible de β rend les développements en β au premier ordre du temps de contact et du coefficient de restitution proches de la solution exacte.

2.2.2 Cas non-linéaire : résolution numérique

Dans le cas non-linéaire, ie $\alpha \neq 1$, nous avons calculé le temps de contact par résolution numérique d'équation différentielle avec le logiciel Mathematica, pour avoir accès au coefficient de restitution. Les résultats sont présentés sur la figure 4.

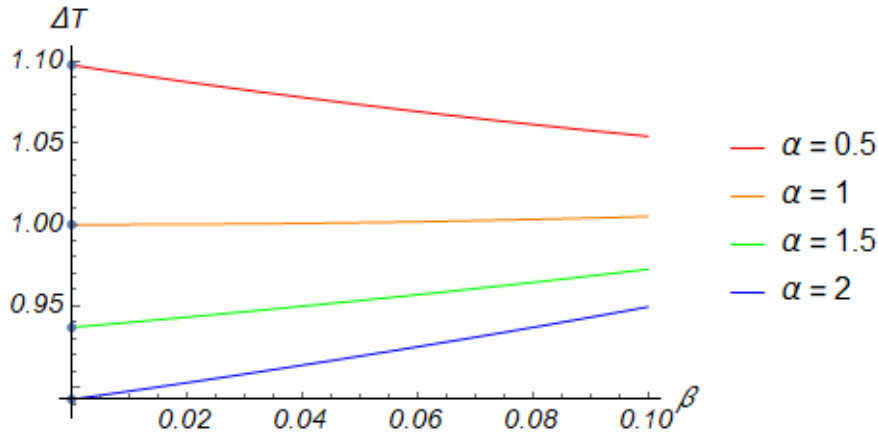


FIGURE 4 – Evolution du temps de contact adimensionné en fonction de l'amortissement, pour 4 valeurs de α . Dans cette simulation, l'amortissement ne dépend que du taux d'enfoncement. Le temps de contact calculé dans le cas sans amortissement est représenté par les points bleus sur l'axe des ordonnées. Lorsque $\beta \rightarrow 0$, le temps de contact calculé avec amortissement tend vers le temps de contact calculé et représenté en figure 3.

Puisque nous avons le temps de contact, nous pouvons maintenant avoir accès au coefficient de restitution prédit par ce modèle en fonction de α et de β . Cela nous permettra de le comparer aux études précédentes. Avec le logiciel mathematica, on calcule $\epsilon = \frac{v_f}{v_0} = \frac{u'(\Delta T)}{\pi}$.

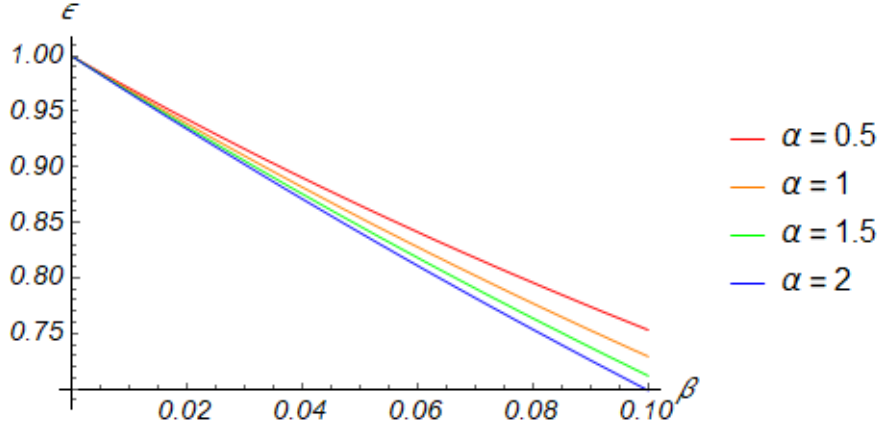


FIGURE 5 – Coefficient de restitution en vitesse en fonction de l’amortissement β pour 4 valeurs de α . Le coefficient décroît avec l’amortissement. En grandeurs adimensionnées, l’exposant α a peu d’influence sur le comportement de ϵ . Cependant, selon la valeur de α , la dépendance du coefficient de restitution en les grandeurs réelles changent de manière importante.

Cette simulation dont les résultats sont présentés dans la figure 5 nous indique que la valeur de α change peu le comportement global des courbes : le coefficient de restitution décroît avec l’amortissement. Ce comportement est conforme à l’intuition. Cependant, lorsqu’on repasse en grandeurs réelles, la dépendance de ϵ en v_0 n’est pas celle qu’on attend. En effet, en repassant en grandeurs réelles,

$$\beta \propto v_0^{\frac{1-\alpha}{1+\alpha}}. \quad (17)$$

Ainsi, si $\alpha > 1$, le coefficient de restitution diverge lorsque $v_0 \rightarrow 0$. Or ϵ est borné entre 0 et 1. Le comportement aux limites ne correspond pas aux études expérimentales. De plus, dans notre modèle, la dissipation ne dépend pas de l’enfoncement, alors que la surface de contact varie en fonction de l’enfoncement. La force d’amortissement doit donc dépendre de l’enfoncement.

2.3 Amortissement fonction de l’enfoncement

Lorsqu’une balle de tennis de table rencontre la raquette, cette dernière va s’enfoncer, puis renvoyer la balle. Durant le temps de contact, de l’énergie va être dissipée. Cette dissipation dépend du volume de la raquette qui est enfoncé, et donc de l’enfoncement. La force qui en résulte dépendra donc de l’enfoncement δ . Exprimons cette force.

On suppose que la balle est peu déformée par rapport au revêtement de la raquette. En calculant au premier ordre de l’enfoncement δ , la surface de contact est $2\pi R\delta$. On peut donc s’attendre à une force dissipative en $-\eta\delta^\gamma\dot{\delta}$. On adimensionne la force en $-2\pi\beta_\gamma u^\gamma u'$, avec $\beta_\gamma = \frac{l^{1+\gamma}\eta}{2mv_0}$, et γ de l’ordre de 1, en adéquation aux modèles présentés en 1.2.1 et 1.3. Ainsi, l’équation du mouvement de la balle dans la raquette en grandeurs adimensionnées est :

$$u''(T) = -2\beta_\gamma u^\gamma u' - \frac{(\alpha + 1)\pi^2}{2} u^\alpha. \quad (18)$$

Avec le solveur d’équations différentielles du langage de Mathematica "NDSolve", on trouve la durée du contact et le coefficient de restitution. Nous les avons calculés pour $\alpha = 1.5$, $\gamma = 0.5$ et $\gamma = 1$, et pour $\beta_\gamma \in [0; 0.1]$. Les résultats obtenus sont représentés en figure 6.

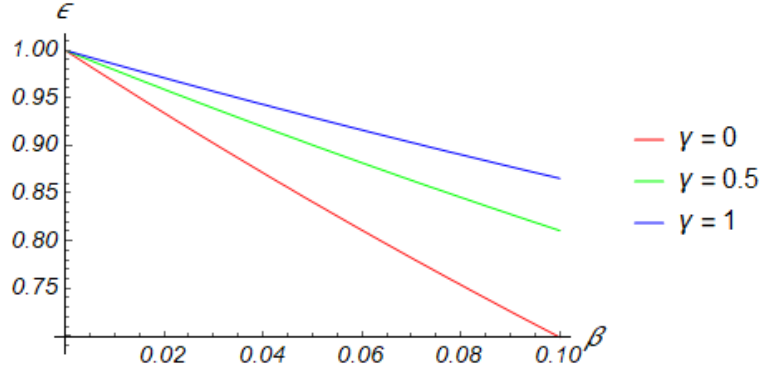


FIGURE 6 – Coefficient de restitution en fonction de β_γ pour 3 valeurs de γ . La valeur de α est ici arbitrairement fixée à 1.5, mais les simulations effectuées avec $\alpha = 1.5$ donnent le même comportement : le coefficient décroît linéairement avec l'amortissement β .

Le comportement général du coefficient de restitution correspond aux études expérimentales effectuées sur ce sujet [7] : le coefficient de restitution $\epsilon \rightarrow 1$, et décroît. En grandeur adimensionnée, la décroissance est linéaire en β . Donc en grandeurs réelles, la décroissance en v_0 correspond à la dépendance de β en v_0 . Ainsi, nous pouvons obtenir la dépendance du coefficient de restitution en v_0 , selon les valeurs de α et de γ . Ainsi,

$$\epsilon = 1 - cv_0^{\frac{1+2\gamma-\alpha}{1+\alpha}}, \quad (19)$$

avec c qui dépend des autres paramètres du problème. Si le phénomène peut être adapté à cette modélisation, cette expression permet de relier des paramètres du modèle à des mesures nécessitant peu de matériel. Par exemple, dans le cas étudié par T.Schwager [10], pour lequel $\alpha = 1.5$ et $\gamma = 0.5$, nous retrouvons le comportement de ϵ en $1 - cv_0^{\frac{1}{5}}$.

Enfin, dans ce modèle, nous pouvons restreindre les valeurs pouvant être prises par α et γ . En effet, le coefficient de restitution ne pouvant pas diverger lorsque que la vitesse tend à être nulle, l'exposant dans 19 doit être positif. Ainsi, les paramètres du modèle doivent respecter la condition suivante :

$$1 + 2\gamma - \alpha \geq 0, \quad (20)$$

condition pouvant être représentée sur le graphe ci-dessous.

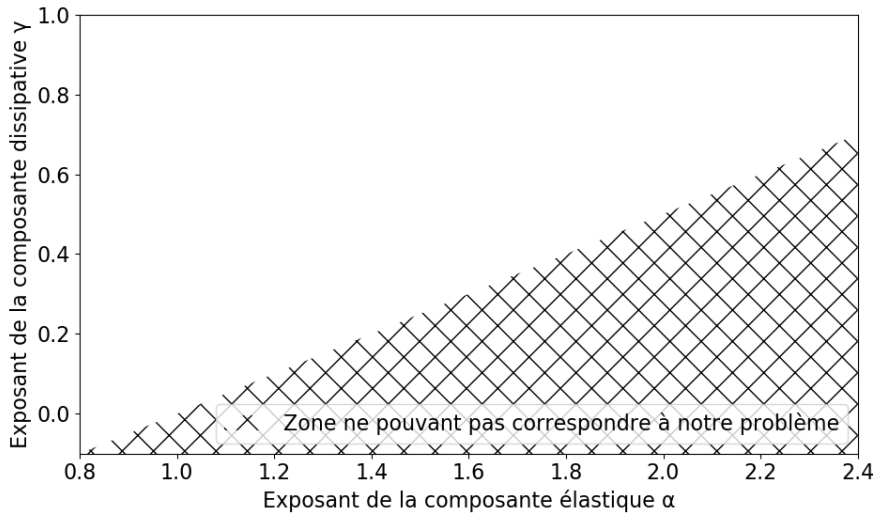


FIGURE 7 – Diagramme représentant la zone dans laquelle les coefficients α et γ ne peuvent pas appartenir.

2.4 Synthèse de la simulation

Cette étude numérique de la dépendance peut permettre de trouver les paramètres du matériau grâce à la mesure du coefficient de restitution en vitesse d'un projectile. Ce résultat est puissant, car permet de caractériser des situations dans lesquelles un projectile vient frapper une surface visco-élastique. Cependant, il faut rester critique devant ce modèle. Premièrement, il ne concerne que des situations pour lesquelles les matériaux sont visco-élastiques, typiquement celles pouvant être caractérisées par un modèle de Maxwell. De plus, nous avons considéré dans cette étude que la fin du contact avait lieu lorsque l'enfoncement de la balle était nul. Cependant, comme T. Schwager [10] le souligne, il est plus légitime de considérer le moment où la balle n'est plus en contact avec la raquette, *ie* le moment où la force entre la balle et la raquette devient nulle. Ce changement de définition de Δt a une influence importante sur les résultats précédents. En effet, au lieu de l'exposant $\frac{1}{5}$ dans l'expression de ϵ en fonction de v_0 , T. Schwager [10] met en évidence un exposant $\frac{1}{10}$. Malheureusement, nous n'avons pas eu le temps durant ce stage de modifier la définition du temps de contact. Cela pourra être un travail intéressant lors de stages ultérieurs sur ce sujet.

3 Etude expérimentale

Comme nous avons pu le mettre en évidence dans la section précédente, l'expression de la force qui se crée lors du choc entre la raquette et la balle de tennis de table a un impact important sur l'expression du coefficient de restitution ϵ . Ainsi, ce stage a permis d'étudier expérimentalement la force entre la balle et la raquette de tennis de table en fonction de l'enfoncement de la balle. Cette étude a été commencée par un projet expérimental dans le laboratoire de l'ENS de Lyon [5].

3.1 Dispositif expérimental

Le laboratoire de l'ENS de Lyon possède plusieurs modèles de raquette de tennis de table et de balle. Tous les exemplaires possèdent des propriétés différentes. Les paramètres pouvant varier entre les raquette sont le sens des picots sur la raquette (visible ou non) et la présence ou non d'une couche de mousse entre les picots et le bois de la raquette. Les différences entre les balles concernent leur diamètre, et leur qualité (sphéricité, défaut...). Les résultats présentés dans ce rapport ont été réalisés avec une balle Cornilleau 3 étoiles, et la face rouge de la raquette numérotée 5. Cette face est caractérisée par une surface adhérente et la présence de mousse d'une épaisseur de 1.2 mm. Afin de mettre en place l'étude de la relation force-enfoncement, la raquette a été fixée à une plaque posée sur des capteurs à jauge de contrainte. Ces capteurs mesurent les variations de force auxquelles ils sont soumis. La figure 8 représente un schéma du montage.

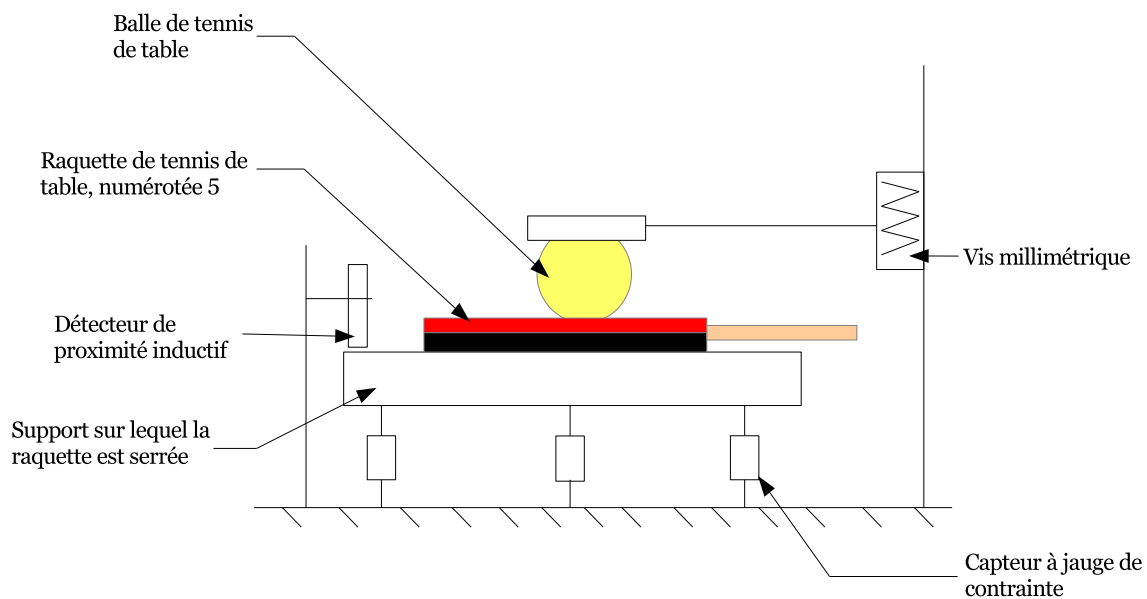


FIGURE 8 – Schéma du montage expérimental

La raquette n°5 est serrée contre le support à l'aide de plaques métalliques. Elle est serrée afin que le bois de la raquette soit solidaire du support. Lors d'une mesure, la balle de tennis de table est enfoncée dans la raquette grâce à la vis micrométrique qui assure une précision de 0.01mm sur l'enfoncement. La force imposée par la balle sur la raquette est mesurée grâce à 3 capteurs de force à jauge de contrainte de modèle KD40S et de charge nominale respective 200 N. Le principal enfoncement

provoqué par la vis millimétrique, de l'ordre de 1 mm, est bien celui de la balle dans le revêtement de la face visible (ici, la face rouge). En effet, la raquette est solidaire du support, donc le revêtement de la face noire est déjà enfoncé. Et si les capteurs de force s'enfoncent, leur enfoncement est quantifiable et faible. Selon les données du fabricant des jauges de force, la course nominale de chaque capteur est inférieure à 0.5mm. Donc lorsqu'on applique une force de 40 N, qui correspond à un enfoncement de la balle de 2 mm, l'enfoncement des 3 capteurs est inférieur à 0.04 mm. Enfin, le détecteur de proximité inductif IPRM 12I9504/S14 de la marque BAUMER permet de vérifier que le recul de la raquette est négligeable. En effet, lorsqu'une pièce métallique est proche, de l'ordre de 1 mm, elle perturbe l'inductance du détecteur, et de manière relativement proportionnelle à la distance entre le détecteur et la pièce métallique. L'enfoncement du support peut donc être mesuré par ce moyen.

3.2 Etalonnage

Avant de réaliser n'importe quelle mesure d'enfoncement, nous avons étalonné les capteurs de force et le détecteur de proximité.

L'étalonnage des capteurs de force a été réalisé grâce à l'utilisation de poids déposés sur le support. La force que chaque masse provoquait (leur poids) étant connue, nous avons pu relier variation de tension délivrée par les capteurs de force et force imposée sur le support. L'étalonnage s'est effectué sur la plage [0 N, 35 N]. Ces valeurs correspondent à un enfoncement de 2 mm environ, qui représente la moitié de l'épaisseur du revêtement. La figure 9 rassemble les mesures effectuées pour l'étalonnage des capteurs de force.

Les barres d'incertitude sont trop petites pour être visible. Les incertitudes sont estimées à 5 mN pour la force et 3 mV. La régression linéaire est de très bonne qualité, comme le souligne la valeur du coefficient de corrélation.

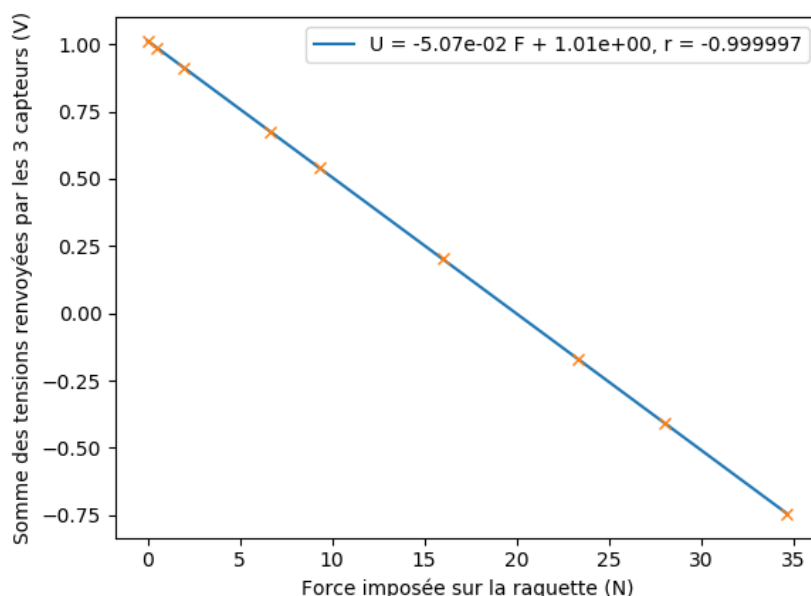


FIGURE 9 – Étalonage des capteurs de force par application de masses sur les capteurs. Ces masses couvrent l'ensemble de force [0 N, 35 N]. La droite est de très bonne qualité sur la plage de force considérée et donne le facteur de conversion suivant : 1 V correspond à -19.7 N.

Nous avons aussi réalisé l'étalonnage du détecteur de proximité inductif BAUMER. Il est moins important que le capteur de force pour l'étude expérimentale, mais il a pour objectif de vérifier que le recul de la raquette est bien faible par rapport à l'enfoncement de la balle dans la raquette. Pour

réaliser l'étalonnage, nous avons installé une plaque métallique sur la vis micrométrique et le détecteur de proximité est placé sur la table. En faisant varier la distance entre la plaque et le détecteur grâce à la vis micrométrique, nous avons pu réaliser l'étalonnage du détecteur de proximité inductif.

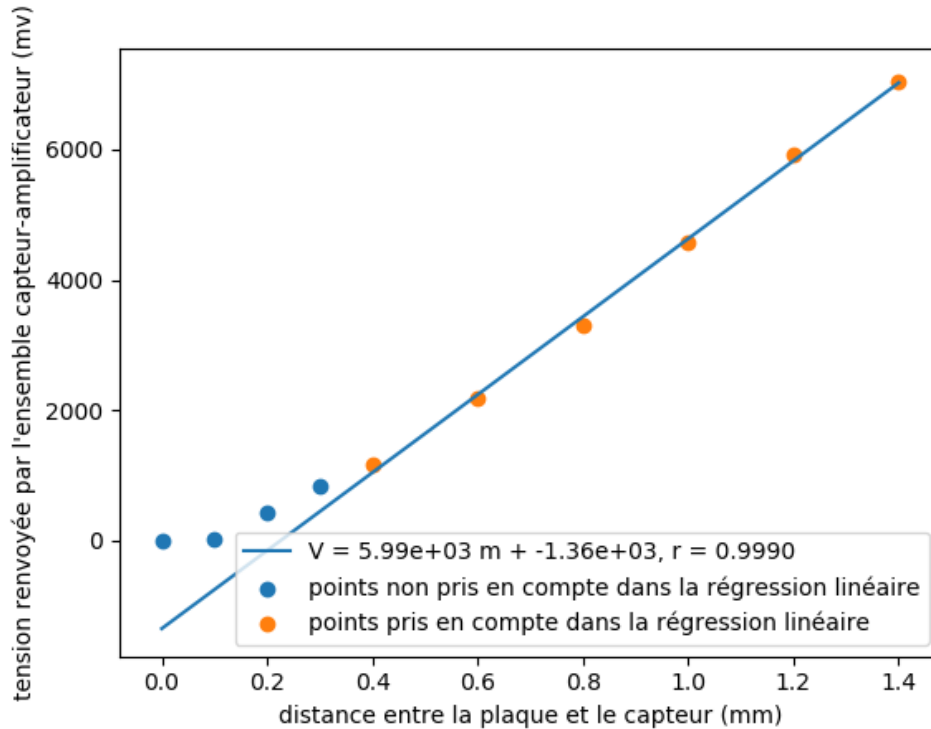


FIGURE 10 – Étalonnage du détecteur de proximité inductif entre 0 mm et 1.4 mm. Au-delà de cette distance, la tension atteint un plateau à 7.05 V. Ainsi, la tension délivrée est proportionnelle à la distance seulement si la plaque métallique se trouve entre 0.4 mm et 1.4 mm. Le facteur de conversion est : une variation de 1 V correspond à une variation de 0.17 mm. Il ne sera utilisé que dans cette plage de distance par la suite.

L'étalonnage du détecteur de proximité inductif est représenté sur la figure 10. Il a été étalonné sur la plage de distance [0, 1.4 mm]. En effet, au-delà de 1.4 mm, la tension délivrée par le détecteur atteint un plateau à 7.05 V. Le détecteur de proximité ne peut donc être utilisé comme mesure de distance seulement lorsque la distance entre le détecteur et la plaque métallique est comprise dans [0.4 mm, 1.4 mm]. Le facteur de conversion entre la tension délivrée et la distance est alors : une variation de 1 V correspond à une variation de 0.17 mm. Lors des mesures d'enfoncement, le recul de la raquette reste bien dans cette plage-là.

3.3 Méthodologie

L'objectif de cette étude expérimentale était de relier l'enfoncement de la balle dans la raquette à la force qu'elle engendrait. L'enfoncement était fixé par la vis micrométrique, et la force était mesurée par les capteurs. Il suffit d'enfoncer la balle d'une profondeur donnée, et de mesurer la force que la balle impose. Cependant, le revêtement a des propriétés mécaniques complexes, car formé de polymères. Nous observons donc un fluage du revêtement sous l'effet de la déformation constante créée par l'enfoncement de la balle. Il a donc fallu d'abord caractériser ce fluage.

Nous avons enfoncé la balle de 1.7 mm dans le revêtement de la raquette, puis laissé en place l'essai pendant 6000 s (environ 1h30) en mesurant la force imposée par la balle sur la raquette. Le résultat de cette mesure se trouve dans la figure 11. Le fluage a été représenté en échelle semi-log afin de pouvoir

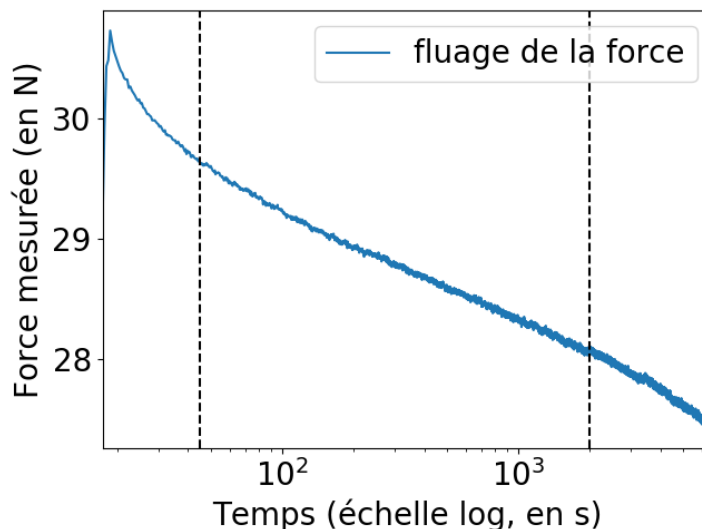


FIGURE 11 – Essai d’enfoncement de la balle pendant une longue période (90 min) afin d’étudier le fluage du revêtement. Trois périodes apparaissent, que l’on a délimité par les axes en pointillés. La période intermédiaire, qui dure entre 30 s et 30 min, présente les variations de force les plus faibles. Il s’agit de la période la plus propice pour réaliser une mesure.

mieux apprécier les phénomènes intéressants. Trois périodes temporelles montrent des comportements différents. Jusqu’à 30 s après le début de l’essai d’enfoncement a lieu une période de variation rapide de la force. Puis, pendant au moins 30 min a lieu une période de fluage suivant une loi logarithmique. Durant cet intervalle de temps, les variations de forces mesurées sont les plus faibles. Enfin, au delà de la deuxième droite en pointillés réapparaît une période de variations plus rapides. Nous n’avons pas étudié le fluage à long terme, après 3 h d’essai. En effet, nous cherchons à décider à quel moment mesurer la force imposée à la raquette. Pour minimiser les variations dûes au fluage, il faut se placer dans la période de plus faible variation, entre 30 s et 30 min. Nous avons ainsi décidé d’effectuer les mesures de force après 3 min de fluage.

Enfin, nous avons décidé de faire reposer la raquette entre chaque enfoncement en desserrant la vis micrométrique jusqu’à ce que la balle ne soit plus enfoncée. Après une attente de 4 minutes à un enfoncement nul, une nouvelle mesure était lancée. Cette mesure avait pour objectif de supprimer le fluage qui apparaît lorsque les mesures se succèdent.

Ainsi, les conditions de mesure ont été fixées, afin de garantir les meilleurs résultats possibles.

3.4 Résultats

Suivant la méthodologie décrite dans la sous-section précédente, la relation entre l’enfoncement d’une balle dans une raquette et la force qu’elle engendre a été mesurée. L’enfoncement imposé est réparti sur la plage suivante : [0 mm, 1.8 mm]. Les résultats de ces mesures sont représentée dans la figure 12.

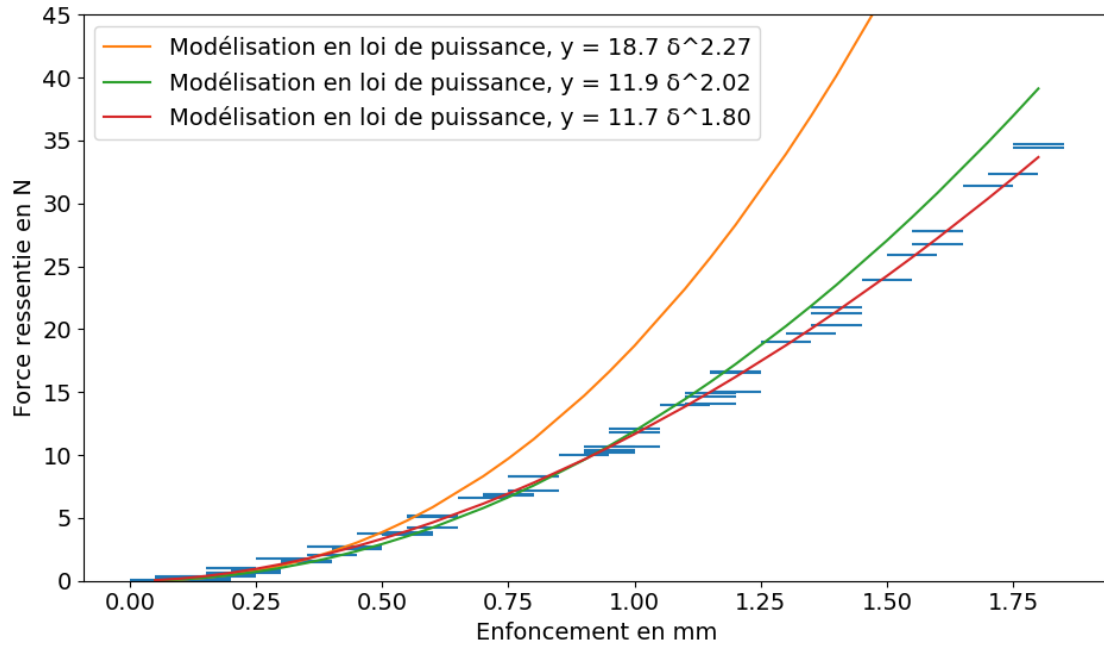


FIGURE 12 – Force provoquée par un enfoncement donné, compris entre 0 mm et 1.8 mm. Les trois courbes représentent des modélisations en loi de puissance. La courbe bleue a été calculée pour réduire l'écart en échelle logarithmique sur les faibles valeurs d'enfoncements (inférieures à 0.45 mm), la courbe orange sur toutes les valeurs d'enfoncement. Enfin, la courbe verte a été calculée sur les grandes valeurs d'enfoncement (supérieures à 0.5 mm).

Ces résultats sont les seuls à présenter d'aussi grandes incertitudes sur l'enfoncement. Cela vient de la difficulté de se placer à l'enfoncement nul. Une fois l'enfoncement nul fixé, l'incertitude sur les distances ne vient que de la vis micrométrique, qui est alors $U = 5 \mu\text{m}$. A la suite de ces résultats, 3 modélisations en loi de puissance ont été proposées. Elles ont été calculées par régression linéaire dans une échelle logarithmique. La courbe orange a été calculée grâce aux faibles enfoncements (inférieurs à 0.45 mm). La courbe rouge a été calculée en s'appuyant sur les enfoncements importants (supérieurs à 0.5 mm). Enfin la courbe verte a été calculée à partir de toutes les valeurs d'enfoncement. Comme les modélisations ont été calculées en échelle logarithmique, les faibles valeurs d'enfoncement ont alors eu un poids important par rapport aux grandes valeurs d'enfoncement et de force. Cela explique pourquoi la courbe verte diverge des points mesurés à partir d'un enfoncement de 1.2 mm. Maintenant que les remarques techniques sur ces résultats ont été traitées, nous pouvons aborder les discussions plus physiques.

3.5 Discussion

A partir des résultats présentés dans la figure 12, plusieurs remarques peuvent être développées. Tout d'abord, la relation force-enfoncement de la balle dans la raquette présente un exposant plus proche de celui du modèle alternatif développé en 1.3 que celui du modèle de Hertz (cf 1.2.1). Cela peut s'expliquer par la géométrie du revêtement. En effet, pour la raquette étudiée, il est constitué d'une couche de mousse, puis d'une couche de polymère présentant des picots s'enfonçant dans la mousse. Ainsi, ces picots pourraient se comporter comme les ressorts indépendants les uns des autres du modèle alternatif.

Une autre remarque peut être développée, sur l'influence de l'épaisseur du revêtement. En effet, comme le revêtement a une épaisseur finie, la balle pourrait ressentir le bois sous le revêtement. Les aspects théoriques de cette remarque ont été développés dans le paragraphe 1.2.3. Discutons de la validité de cette hypothèse au regard des résultats expérimentaux. Certes, la correction proposée par J-L Loubet pourrait expliquer que l'exposant expérimental est plus élevé que l'exposant du modèle de Hertz.

Cependant, si la balle ressentait les propriétés du bois de la raquette, l'exposant dans la relation force-enfoncement serait croissant avec l'enfoncement. Cependant, cet exposant est décroissant. L'hypothèse que la balle ressent l'épaisseur du revêtement ne semble correspond pas aux résultats présentés dans la figure 12, au moins pour un enfoncement allant jusqu'à 1.8 mm. Ces résultats ne sont pas généralisables pour le moment aux autres raquettes. En effet, leur revêtement est très varié, donc leur réponse peut l'être aussi. Il faudrait alors multiplier cette étude sur les autres raquettes du laboratoire pour avoir une conclusion plus exhaustive.

4 Conclusion

Ce stage a permis plusieurs avancées dans la compréhension de la physique du rebond, en particulier dans le cadre du tennis de table. Un modèle reliant ressentie lors du contact au coefficient de restitution en vitesse de la balle a été proposé. Ce modèle pourrait renseigner sur les propriétés des matériaux en étudiant les rebonds. D'autre part, la relation entre la force provoquée par un enfoncement donné dans le revêtement d'une raquette a été mesurée. Ces mesures indiquent le contact ne se comporte pas selon les prédictions du modèle de Hertz, mais plus selon un modèle présentant un matériau formé de ressorts indépendants.

Néanmoins, de nombreuses améliorations sont possibles et souhaitables. Tout d'abord, les simulations informatiques développées dans la section 2 pourraient être recommencées en considérant la fin du contact comme étant le moment où la force entre la balle et la raquette redevient nulle. Une autre suite à ce stage serait d'étudier les relations force-enfoncement avec d'autres raquettes.

Références

- [1] Nikolai V. Brilliantov, Frank Spahn, Jan-Martin Hertzsch, and Thorsten Pöschel. Model for collisions in granular gases. *Physical Review E*, 53(5) :5382–5392, 1996. Publisher : American Physical Society (APS).
- [2] Éric Falcon, C. Laroche, S. Fauve, and C. Coste. Behavior of one inelastic ball bouncing repeatedly off the ground. *The European Physical Journal B*, 3(1) :45–57, 1998. Publisher : Springer Science and Business Media LLC.
- [3] Nicolas Fares. Tennis de table : physique du rebond. Technical report, Laboratoire de Physique ENS de Lyon, 2019.
- [4] Raphaël Guiné. Rebond d’une balle de tennis de table. Projet expérimental, Laboratoire de Physique ENS de Lyon, 2020.
- [5] Damien Lefflot and Nathan Berri. Étude de raquettes de tennis de table, 2020.
- [6] Jean-Luc Loubet. *Courbes d’indentation et effet d’échelle. Quelques cas expérimentaux*. PhD thesis, Université Claude Bernard, Lyon, December 1986.
- [7] Lionel Manin, Renaud G. Rinaldi, and Clément Bonnard. Impact normal d’une sphère creuse en plastique sur une couche plane en polymère : application au tennis de table. 2016.
- [8] M. Nagurka and Shuguang Huang. A mass-spring-damper model of a bouncing ball. IEEE, 2004.
- [9] Emmanuel Pinalt-Bigeard. Théorie de Hertz, 2018.
- [10] Thomas Schwager and Thorsten Pöschel. Coefficient of restitution for viscoelastic spheres : The effect of delayed recovery. *Physical Review E*, 78(5), 2008. Publisher : American Physical Society (APS).