Programme de colle n°3 (S4)
Semaine du 7 au 13 octobre

MPSI2

Mathématiques

Trigonométrie & éléments d'analyse

1 Trigonométrie

- Définitions géométriques de cos et sin. On admet que ce sont des fonctions continues. Définition de tan.
- Formulaire de trigonométrie. Le programme demande une démonstration géométrique des formules d'addition de cos et sin.
- Dérivabilité de cos et sin (démonstrations géométriques), puis de tan. Expression des dérivées.
- Expression des dérivées n^{e} de cos et sin.
- $\forall x \in \mathbb{R}$, $|\sin(x)| \leqslant |x|$.
- Représentations graphiques.

2 Injectivité, surjectivité, bijectivité

L'objectif est d'introduire rapidement le vocabulaire. À ce stade, on ne pose pas d'exercice théorique portant sur ces notions.

- Définitions.
- Composée d'injections, de surjections, de bijections.
- Caractérisation de la bijectivité par l'existence d'une réciproque. Unicité. *Le résultat est admis provisoirement.*

3 Généralités sur les fonctions

- Étude des symétries (parité, imparité, périodicité, etc.).
- Fonctions majorées, minorées, bornées. Maximum et minimum d'une fonction.
- Monotonie et stricte monotonie d'une fonction.

4 Calcul de dérivées

- Rappel des définitions.
- Dérivée d'une combinaison linéaire, d'un produit, d'un quotient de fonctions dérivables.
- Dérivée d'une composée de fonctions dérivables. Dérivée d'une réciproque.
- Dérivées des fonctions usuelles.
- Applications à l'étude des variations : caractérisation des fonctions croissantes et strictement croissantes parmi les fonctions dérivables.

5 Branches infinies

— Asymptotes horizontales et verticales. Asymptotes obliques.

Cours (énoncé et démonstration) : démonstration géométrique des formules d'addition de cos et sin ; formule d'addition de tan ; démonstration géométrique de la dérivabilité de sin ; formules $\cos(x) = \frac{1-t^2}{1+t^2}$, $\sin(x) = \frac{2t}{1+t^2}$ et $\tan(x) = \frac{2t}{1-t^2}$ où $t := \tan\left(\frac{x}{2}\right)$, $\cos(p) + \cos(q)$, $\sin(p) + \sin(q)$, $\cos(p) - \cos(q)$, $\sin(p) - \sin(q)$. *On demandera ensuite le calcul d'une dérivée explicite.*