

Programme de colle n°4 (S5)
Semaine du 14 au 20 octobre

MPSI2

Mathématiques

CONVEXITÉ ET DÉBUT DES NOMBRES COMPLEXES

1 Convexité

- Révision du cours sur l'étude de fonctions.
- Définition d'une fonction convexe sur un intervalle.
- Inégalité de Jensen.
- Théorème des pentes croissantes. Les fonctions pente sont croissantes.
- Si f est convexe et si f est dérivable en a , alors le graphe de f se situe au-dessus de la tangente en a .
- Caractérisation des fonctions convexes parmi les fonctions dérivables. Pour la démonstration, on a admis le théorème des accroissements finis.
- Caractérisation parmi les fonctions deux fois dérivables.
- *Une application* : l'inégalité arithmético-géométrique.

2 Nombres complexes

- Définitions de groupe, sous-groupe et de morphisme de groupes, définitions de corps, sous-corps et de morphisme de corps. L'objectif est uniquement d'introduire le vocabulaire.
Aucun résultat n'a été établi et aucun exercice n'a été traité.
- Corps des nombres complexes — définition & premières propriétés.
- Formule du binôme de Newton. Factorisation de $a^n - b^n$. Sommes géométriques.
- Conjugué d'un nombre complexe. Propriétés.
- Module d'un nombre complexe. Propriétés.
- Groupe des nombres complexes de module 1.
- Définition & propriétés de $\theta \mapsto e^{i\theta}$. Formule de Moivre.
- Applications à la trigonométrie.
- Arguments d'un nombre complexe non nul. Propriétés.

Cours : si f est dérivable et convexe, alors f' est croissante ; pour tout $t \in [0, 2\pi[$, factorisation de $1 \pm e^{it}$ et détermination du module et d'un argument ; factorisation de $e^{ip} \pm e^{iq}$ et application à la trigonométrie ; inégalité triangulaire (avec cas d'égalité) ; \mathbb{U} est un sous-groupe de (\mathbb{C}^*, \times) .