Programme de colle n°8 (S9)
Semaine du 25 novembre au 1er décembre

MPSI2

Mathématiques

Équations différentielles

- Rappels sur les liens entre primitives et intégrales.
- Calcul de primitives.
  - Primitives usuelles ;
  - Changement de variables ;
  - intégration par parties ;
  - exemples de calculs à l'aide de décomposition en éléments simples (dénominateurs scindés à racines simples).
- Équations différentielles du premier ordre résolue à coefficients continus :
  - Notation : $\forall t \in I,\ y'(t) + a(t)y(t) = b(t)$, d'inconnue $y : I \to \mathbb{K}$ où $\mathbb{K}$ désigne $\mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$;
  - cas homogène ;
  - cas avec second membre non nul ; principe de superposition ;
  - méthode de variation de la constante ;
  - problème de Cauchy ;
- On a traité **un seul** exemple de problème de raccordement en TD, mais ce n'est absolument pas la priorité pour cette semaine ;
- Équations différentielles du second ordre à coefficients constants :
  - cas homogène : polynôme caractéristique associé, recherche des solutions à valeurs complexes, puis réelles ;
  - cas avec second membre du type $t \mapsto e^{\alpha t}$ où $\alpha \in \mathbb{C}$, principe de superposition ;
  - problème de Cauchy (admis).

Démonstrations de cours à savoir refaire :

- Formule de changement de variables pour les intégrales ;
- l'ensemble des solutions de $\forall t \in I,\ y'(t)+a(t)y(t) = 0$ est l'ensemble $\left\{t \mapsto \lambda e^{-A(t)}\ ,\ \lambda \in \mathbb{K}\right\}$ où A désigne une primitive de a ;
- si l'on suppose que $\forall t \in I,\ \varphi(t) = \lambda(t) \exp(-A(t))$ où λ est dérivable, alors pour que φ soit solution de $\forall t \in I,\ y'(t) + a(t)y(t) = b(t)$, il suffit que $\forall t \in I,\ \lambda'(t) = b(t) \exp(A(t))$.