Programme de colle n°10 (S11)
Semaine du 9 au 15 décembre

MPSI2

Mathématiques

Compléments sur les nombres réels – Borne supérieure

1 Rappels et compléments

- Entiers naturels. $\mathbb{N}$ est bien ordonné.
- Entiers relatifs. Propriétés de l'ordre.
- Nombres rationnels.
- Nombres décimaux.

2 Nombres réels

- Révision des propriétés de l'ordre dans $\mathbb{R}$ déjà rencontrées.
- Définition d'une borne supérieure dans un *ensemble ordonné*. Exemples.
- Propriété de la borne supérieure dans $\mathbb{R}$.
- Caractérisation par les ε.
- Caractérisation séquentielle. La définition de convergence de suite est donnée à ce moment-là.
- $\mathbb{R}$ est archimédien. Révision de la partie entière.
- Approximations décimales des réels. Si $x \in \mathbb{R}$, $(d_n)_{n\in\mathbb{N}} \overset{\text{déf}}{=} \left(\frac{\lfloor 10^n x\rfloor}{10^n}\right)_{n\in\mathbb{N}}$ est croissante et $(d'_n)_{n\in\mathbb{N}} \overset{\text{déf}}{=} \left(\frac{\lfloor 10^n x\rfloor+1}{10^n}\right)_{n\in\mathbb{N}}$ est décroissante ; ces suites convergent vers x.
- Dans tout intervalle ouvert non vide, il y a au moins un rationnel et un irrationnel.
- Les parties convexes de $\mathbb{R}$ sont exactement les intervalles.

Cours : caractérisation séquentielle de la borne sup. ; propriété archimédienne de $\mathbb{R}$; approximations décimales des réels (encadrement, monotonie, limite) ; dans tout intervalle ouvert, il y a au moins un rationnel et un irrationnel ; si I est une partie convexe non vide, minorée et non majorée, alors I est une demi-droite du type $]a, +\infty[$ ou $[a, +\infty[$.