

Programme de colle n°14
Semaine du 22 au 28 janvier

MPSI2

Mathématiques

ARITHMÉTIQUE DANS \mathbb{Z}

- Divisibilité dans \mathbb{Z} ; propriétés; ensemble des multiples d'un entier.
- Idéaux d'un anneau.
- Relation de congruence; propriétés; compatibilité avec les lois $+$ et \times . Anneau $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$.
- Théorème de division euclidienne.
- Idéaux de \mathbb{Z} .
- PGCD. Définition (le pgcd de a et b est le plus grand diviseur positif commun à a et b pour la relation $|$, *i.e.* la borne inférieure de $\{|a|, |b|\}$ dans $(\mathbb{N}, |)$); notation $a \wedge b$; propriétés; lien avec les idéaux.
- Algorithme d'Euclide.
- Égalité de Bézout.
- Nombres premiers entre eux; lemme de Gauss et applications; théorème de Bézout.
- PGCD de plusieurs entiers; nombres premiers entre eux dans leur ensemble.
- PPCM : Définition (analogue à celle du pgcd) et propriétés; notation $a \vee b$; relations avec le PGCD.
- Nombres premiers; propriétés.
- Petit théorème de Fermat.
- Valuation p -adique.
- Théorème de factorisation dans \mathbb{Z} ; expressions du *pgcd* et du *ppcm*.

Cours :

- théorème de division euclidienne (cas où le diviseur est positif);
- lemme de Gauss et si $a|c$, $b|c$ et $a \wedge b = 1$, alors $(ab)|c$;
- petit théorème de Fermat.