

Programme de colle n°17 (S18)

Semaine du 10 au 16 février

MPSI2

Mathématiques

STRUCTURES ALGÈBRIQUES

- Lois de composition interne :
 - Définition. Associativité, commutativité, élément neutre, symétrique.
 - Itérés d'un élément. Relations.
 - Morphismes, endomorphismes, isomorphismes, automorphismes.
- Groupes :
 - Définition.
 - Sous-groupes. Intersection de sous-groupes. Groupe engendré par une partie A (notations : $\text{Gr}(A)$ ou $\langle A \rangle$).
 - Morphismes de groupes. Propriétés.
 - Noyau et image. Caractérisation des morphismes injectifs.
 - Groupe produit.
 - (*Hors programme de première année*) Ordre d'un élément (notation $o(x)$). Théorème de Lagrange (l'ordre d'un élément divise le cardinal d'un groupe fini). *On n'interroge sur cette notion que si le début de la colle s'est très bien passé et on reste très proche de la définition.*
- Anneaux :
 - Définition. Anneaux des applications de X dans un anneau A .
 - Règles de calcul. Formule du binôme de Newton et factorisation de $a^n - b^n$ lorsque a et b commutent.
 - Groupe des inversibles.
 - Anneau intègre (sans diviseurs de 0).
 - Sous-anneau.
 - Morphismes d'anneaux. Propriétés.
 - Noyau et image.
- Corps :
 - Définition.
 - Intégrité.
 - Sous-corps.
 - Morphismes de corps.

Cours :

- la réciproque d'un isomorphisme est un isomorphisme ;
- transport de propriétés par un morphisme surjectif ;
- une intersection de sous-groupes est un sous-groupe ;
- groupe engendré par une partie (justifier la définition) ;
- règles de calcul dans un anneau ;
- formule du binôme de Newton dans un anneau ;
- factorisation de $a^n - b^n$ si a et b commutent ;
- groupe des inversibles d'un anneau ;
- un corps est un anneau intègre.