

Programme de colle n°19
Semaine du 10 au 16 mars

MPSI2

Mathématiques

POLYNÔMES (II)

- Définition d'un polynôme, degré et valuation. Opérations sur les polynômes. Propriétés.
- Fonction polynômiale et morphisme d'évaluation.
- Arithmétique : divisibilité, division euclidienne. Pgcd et ppcm. Propriétés. Théorèmes de Bézout et Gauss, algorithme d'Euclide.
- Dérivation. Propriétés. Formule de Leibniz. Formule de Taylor.
- Racines d'un polynôme. Ordre de multiplicité. Liens avec la divisibilité.
- Un polynôme de degré n admet au plus n racines comptées avec multiplicité.
- Polynômes interpolateurs de Lagrange.
- Caractérisation de la multiplicité à l'aide des dérivées successives.
- Théorème de d'Alembert-Gauss. Tout polynôme complexe non nul est scindé.
- Polynômes irréductibles. Théorème de factorisation.
- Décomposition dans $\mathbb{C}[X]$ et sur $\mathbb{R}[X]$.
- Relations entre racines et coefficients.

Cours :

- polynômes interpolateurs de Lagrange ;
- caractérisation de la multiplicité à l'aide des dérivées ;
- factorisation de $X^n - 1$ et $1 + X + \dots + X^{n-1}$ dans $\mathbb{C}[X]$;
- si $\alpha \in \mathbb{C}$ est une racine de $P \in \mathbb{R}[X]$, $\bar{\alpha}$ l'est aussi avec la même multiplicité.