Programme de colle n°15 (S16)
Semaine du 26 janvier au 1$^{\text{er}}$ février

MPSI2

Mathématiques

STRUCTURES ALGÉBRIQUES

- Lois de composition interne :
  - Définition. Associativité, commutativité, élément neutre, symétrique.
  - Itérés d'un élément. Relations.
  - Morphismes, endomorphismes, isomorphismes, automorphismes.
- Groupes :
  - Définition.
  - Sous-groupes. Intersection de sous-groupes. Groupe engendré par une partie A (notations : $\mathrm{Gr}(A)$ ou $\langle A\rangle$).
  - Morphismes de groupes. Propriétés.
  - Noyau et image. Caractérisation des morphismes injectifs.
  - Groupe produit.
  - (*Hors programme de première année*) Ordre d'un élément (notation $o(x)$). Théorème de Lagrange (l'ordre d'un élément divise le cardinal d'un groupe fini). *On n'interroge sur cette notion que si le début de la colle s'est très bien passé et on reste très proche de la définition.*
- Anneaux :
  - Définition. Anneaux des applications de X dans un anneau A.
  - Règles de calcul. Formule du binôme de Newton et factorisation de $a^n - b^n$ lorsque a et b commutent.
  - Groupe des inversibles.
  - Anneau intègre (sans diviseurs de 0).
  - Sous-anneau.
  - Morphismes d'anneaux. Propriétés.
  - Noyau et image.
- Corps :
  - Définition.
  - Intégrité.
  - Sous-corps.
  - Morphismes de corps.

Cours :
- la réciproque d'un isomorphisme est un isomorphisme ;
- transport de propriétés par un morphisme surjectif ;
- une intersection de sous-groupes est un sous-groupe ;
- formule du binôme de Newton dans un anneau ;
- un corps est un anneau intègre ;
- théorème de Lagrange dans le cas commutatif (en considérant le produit des éléments du groupe) ;
- (exercice) les sous-groupes finis de $(\mathbb{C}^*, \times)$ comme application du théorème de Lagrange ;
- (exercice) un anneau commutatif intègre fini et non réduit à un point est un corps.