

Programme de colle n°19  
Semaine du 9 au 15 mars

MPSI2

Mathématiques

POLYNÔMES (II)

- Définition d'un polynôme, degré et valuation. Opérations sur les polynômes. Propriétés.
- Fonction polynomiale et morphisme d'évaluation.
- Arithmétique : divisibilité, division euclidienne. Pgcd et ppcm. Propriétés. Théorèmes de Bézout et Gauss, algorithme d'Euclide.
- Dérivation. Propriétés. Formule de Leibniz. Formule de Taylor.
- Racines d'un polynôme. Ordre de multiplicité. Liens avec la divisibilité.
- Un polynôme de degré  $n$  admet au plus  $n$  racines comptées avec multiplicité.
- Polynômes interpolateurs de Lagrange.
- Caractérisation de la multiplicité à l'aide des dérivées successives.
- Théorème de d'Alembert-Gauss. Tout polynôme complexe non nul est scindé.
- Polynômes irréductibles. Théorème de factorisation.
- Décomposition dans  $\mathbb{C}[X]$  et sur  $\mathbb{R}[X]$ .
- Relations entre racines et coefficients.

**Cours :**

- polynômes interpolateurs de Lagrange ;
- caractérisation de la multiplicité à l'aide des dérivées ;
- factorisation de  $X^n - 1$  et  $1 + X + \dots + X^{n-1}$  dans  $\mathbb{C}[X]$  ;
- si  $\alpha \in \mathbb{C}$  est une racine de  $P \in \mathbb{R}[X]$ ,  $\bar{\alpha}$  l'est aussi avec la même multiplicité.