

Programme de colle n°17 (S18)
Semaine du 9 au 15 février

MPSI2

Mathématiques

CONTINUITÉ

- Définition de la continuité. Continuité à gauche et à droite.
- Opérations sur les fonctions continues.
- Prolongement par continuité.
- Caractérisation séquentielle de la continuité.
- Continuité et parties denses.
- Théorème des valeurs intermédiaires : existence de solutions, image d'un intervalle.
- Théorème des bornes atteintes.
- Une fonction continue injective sur un intervalle est strictement monotone.
- Théorème de l'homéomorphisme (une fonction continue strictement monotone sur un intervalle induit un homéomorphisme sur son image).

Démonstrations de cours :

- théorème des valeurs intermédiaires (première version, preuve par dichotomie) ;
- une fonction continue sur un segment est bornée et atteint ses bornes ;
- si J est un intervalle, si $g : J \rightarrow \mathbb{R}$ est croissante et si $g(J)$ est un intervalle, alors g est continue (voir la démonstration du théorème de l'homéomorphisme).

Bien entendu, l'examinateur peut demander l'énoncé de tout résultat du cours.