

Programme de colle n°29
Semaine du 15 au 21 juin

MPSI 2

Mathématiques

ESPACES EUCLIDIENS

- Produit scalaire, norme. Définitions et propriétés.
- Inégalité de Cauchy-Schwarz, inégalité triangulaire.
- Identité du parallélogramme. Identités de polarisation.
- Orthogonalité, orthogonal d'une partie. Propriétés.
- Espaces euclidiens. Supplémentaire orthogonal. Propriétés.
- Bases orthonormées. Propriétés.
- Projecteurs orthogonaux. Propriétés.
- Distance à un *sev*.
- Procédé d'orthonormalisation de Gram-Schmidt. Existence et unicité de l'orthonormalisée de Gram-Schmidt d'une base d'un espace euclidien.
- Théorème de représentation de Riesz. Dual et hyperplans.

Cours :

- inégalité de Cauchy-Schwarz ;
- inégalité triangulaire ;
- coordonnées d'un vecteur dans une *BON* ;
- expression du produit scalaire dans une *BON* et version matricielle ;
- distance à un *sev* ;
- théorème de représentation de Riesz ;
- $\text{Ker}(M^T M) = \text{Ker}(M)$, rang et déterminant d'une matrice de Gram.