

# Trigonométrie & Nombres complexes I

Semaine du 5 au 11 octobre

## Trigonométrie

- Cercle trigonométrique. Définitions de  $\cos$ ,  $\sin$  et  $\tan$ ; domaine de définition de la tangente.
- Formulaire de trigonométrie : identités de Pythagore, formules d'addition, de duplication et de l'angle moitié; symétries; factorisation de sommes et de différences; formules de linéarisation des produits.
- Résolution d'équations et d'inéquations trigonométriques; égalité de deux cosinus, de deux sinus ou de deux tangentes.
- Étude des fonctions  $\sin$  et  $\cos$  : parité, périodicité, dérivées, variations et graphes. Dérivées successives.
- Pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,  $|\sin(x)| \leq |x|$ .
- Étude de la fonction  $\tan$  : imparité, périodicité, dérivée, variations, limites aux bornes de  $] -\pi/2, \pi/2[$  et graphe.
- Cotangente (hors-programme) : définition et formules.

## Nombres complexes

- Vocabulaire : groupes, sous-groupes, corps, sous-corps et morphismes. **Seules les définitions sont exigibles; aucun exercice ne peut être posé pour le moment.**
- Corps des nombres complexes — définition & premières propriétés.
- Formule du binôme de Newton. Factorisation de  $a^n - b^n$ . Sommes géométriques.
- Conjugué d'un nombre complexe. Propriétés.
- Module d'un nombre complexe. Propriétés. Inégalités triangulaires et cas d'égalité.
- Groupe des nombres complexes de module 1.
- Définition et propriétés de  $\theta \mapsto e^{i\theta}$ . Formules d'Euler et de Moivre.
- Arguments d'un nombre complexe non nul.  $\arg(z)$  désigne l'ensemble des arguments de  $z$  et  $\text{Arg}(z)$  désigne l'argument principal. Propriétés.
- Factorisation de  $1 \pm e^{it}$  et de  $e^{ip} \pm e^{iq}$ .
- Exponentielle complexe. Propriétés. Résolution de  $\exp(z) = a$ , d'inconnue  $z \in \mathbb{C}$  où  $a \in \mathbb{C}^*$ .
- Applications à la trigonométrie (linéarisation et expression de  $x \mapsto \cos(nx)$  et  $x \mapsto \sin(nx)$  en fonction de  $\sin$  et  $\cos$ ).
- Calcul de  $\sum_{k=0}^n \cos(kt)$  et  $\sum_{k=0}^n \sin(kt)$ .

## Questions de cours

Énoncés et démonstrations à connaître

- Dérivabilité de  $\sin$  et  $\cos$  en 0 à l'aide d'un argument géométrique comparant des aires. *On admet qu'elles sont continues.*
- Pour tout  $t \in [0, 2\pi[$ , factorisation de  $1 \pm e^{it}$ , détermination du module et, lorsque l'expression est non nulle, d'un argument.
- Factorisation de  $e^{ip} \pm e^{iq}$  et application à la trigonométrie;
- Inégalité triangulaire (avec cas d'égalité).
- Calcul de  $\sum_{k=0}^n \cos(kt)$  et  $\sum_{k=0}^n \sin(kt)$ .
- $\mathbb{U}$  est un sous-groupe de  $(\mathbb{C}^*, \times)$ .