Colle 7 / S8

Calcul de primitives et calcul intégral

Semaine du 16 au 22 novembre

Primitives et intégrales

- Rappels sur les liens entre primitives et intégrales. Théorème fondamental de l'analyse. Extension aux fonctions à valeurs complexes.
- Notation $\int^x f(t)\,dt$ pour le calcul effectif d'une primitive.
- Primitives usuelles.
- Changement de variables.
- Intégration par parties.

Calculs de primitives

- Polynômes multipliés par une exponentielle ou une fonction trigonométrique : intégrations par parties.
- Fractions rationnelles : décomposition en éléments simples **uniquement lorsque le dénominateur est scindé**.
- Soit $(a,b,c,u,v) \in \mathbb{R}^5$ tel que $b^2 - 4ac < 0$. Exemples de calcul pour $x \mapsto \frac{ux+v}{ax^2+bx+c}$.
- Fractions rationnelles en sin et cos : changement de variables $u = \tan(t/2)$. **Les règles de Bioche ne sont pas au programme.** L'examinateur peut suggérer le changement de variable adéquat.
- Fractions rationnelles en exp.

Questions de cours

Énoncés et démonstrations à connaître

— Calculer une primitive sur $\mathbb{R}$ de $x \mapsto \dfrac{x+1}{x^2+x+1}$.

— Soit $a \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$. Calculer une primitive sur $\mathbb{R}$ de $x \mapsto \dfrac{1}{x-a}$.

— Soit $k \in \mathbb{Z}$. Calculer une primitive sur $]k\pi,(k+1)\pi[$ de $x \mapsto \dfrac{1}{\sin(x)}$.

— Calculer une primitive sur $\mathbb{R}$ de $x \mapsto \mathrm{sh}(x)\sin(x)$.

— Calculer une primitive sur $]-1,1[$ de $x \mapsto x\,\mathrm{Arccos}(x)$.